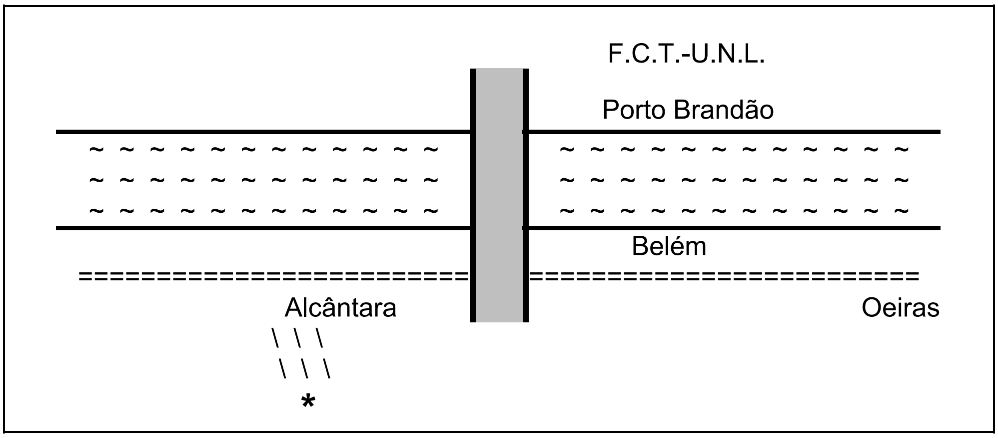
D E C I S Õ E S   S E Q U E N C I A I S

Problema : A Caminho da F.C.T.-U.N.L.

O Luís, um estudante da F.C.T.-U.N.L. acabou de mudar a sua residência para Oeiras. Dado que a sua nova casa é relativamente perto da estação da CP de Oeiras, o Luís consegue chegar pontualmente à estação às 7:48 horas, para apanhar o comboio a caminho da FCT-UNL no Monte de Caparica - ver o esquema que se apresenta de seguida:



Às 7:50 horas passa o "comboio rápido", que não efectua qualquer paragem até chegar a Alcântara, demorando normalmente 15 minutos nesse trajecto. Às 7:52 horas parte o "comboio que pára em todas as estações" (afectuosamente conhecido por "o páras" pelos 'habituées'), que normalmente demora 17 minutos até Belém e mais 2 minutos até Alcântara.

Sabe-se que com 80 % de probabilidade os comboios não sofrem qualquer atraso, que com 15 % de probabilidade sofrem um atraso de 10 minutos e que com 5 % de probabilidade sofrem um atraso de 20 minutos.

Em Alcântara o Luís deslocar-se-á na moderna passadeira rolante da estação da CP até à paragem do autocarro (assinalada com * no esquema), demorando 5 minutos nesse trajecto. Nessa paragem poderá apanhar um autocarro às 8:11 , 8:26 ou 8:41 horas com destino ao Monte de Caparica. O trajecto do autocarro até ao Monte de Caparica / F.C.T. normalmente demora 20 minutos, mas poderá sofrer atrasos.

Sabe-se que com 20 % de probabilidade os autocarros não sofrem qualquer atraso, que com 50 % de probabilidade sofrem um atraso de 15 minutos e que com 30 % de probabilidade sofrem um atraso de 30 minutos.

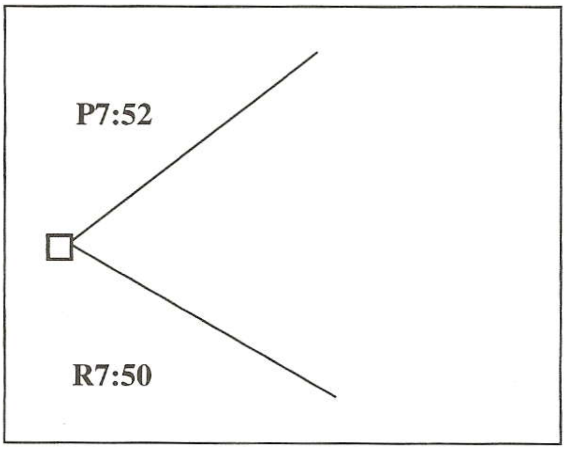
Se o Luís tiver optado pelo "páras" deverá, antes deste chegar a Belém, decidir se desce em Belém ou se prossegue até Alcântara.

Em Belém o Luís deloca-se a pé até à Estação Fluvial (um passeio a pé de 3 minutos), onde poderá apanhar o barco das 8:30 horas que chega a Porto Brandão às 8:40 horas. Daí partirá o autocarro às 8:45 horas, que o deixará na FCT às 8:55 horas. Admite--se que o percurso "Belém → Porto Brandão → FCT" nunca origina atrasos.

O Luís pretende decidir qual o comboio que deve apanhar em Oeiras, se pretender minimizar a duração esperada do percurso "Oeiras → F.C.T.-U.N.L.".

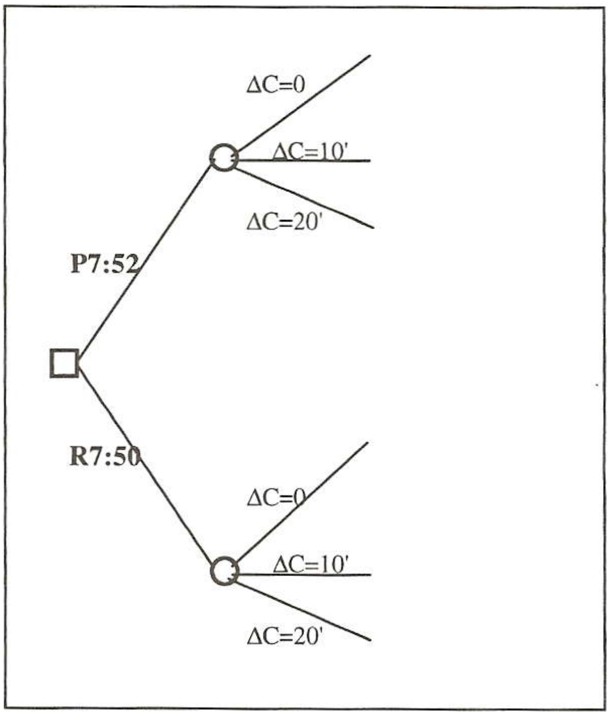
Como facilmente se compreende o Luís deve tomar algumas decisões para efectuar o seu percurso da estação da CP em Oeiras até à F.C.T.-U.N.L. . Logo de início, o Luís deverá decidir se segue viagem no comboio rápido com partida às 7:50, ou, se pelo contrário, espera mais dois minutos e segue no "páras" das 7:52.

Representemos esquematicamente esta situação:



O quadradinho ☐ representa um **momento de decisão**. Neste caso, o Luís tem que optar ou pela decisão **P7:52** (isto é, seguir no "páras" das 7:52), ou pela decisão **R7:50** (isto é, seguir no "rápido" das 7:50) - daí os dois **ramos** que divergem do **nó** correspondente ao momento de decisão referido.

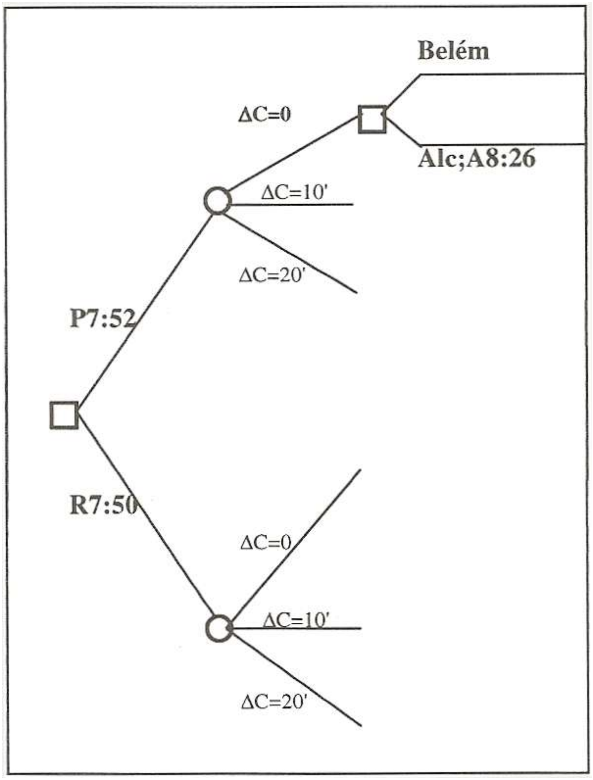
Sabemos que, qualquer que seja a decisão que o Luís venha a tomar, a partir do momento em que ele inicia a viagem, a sua duração é algo que ele não controla ... Assim, o Luís está à mercê do destino, do acaso ... De acordo com o enunciado, a duração da viagem pode, relativamente à duração prevista, não sofrer qualquer atraso (ΔC = 0), sofrer uma atraso de 10 minutos (ΔC = 10'), ou sofrer uma atraso de 20 minutos (ΔC = .0'). [É óbvia a simplificação que o enunciado introduz face à realidade ...]. Introduzamos estas informações na representação esquemática que se apresentou anteriormente:



Agora, para além do **momento de decisão inicial** representado pelo quadradinho ☐ , representamos, em cada um dos ramos correspondentes às duas decisões possíveis (**P7:52** ou **R7:50**), uma bolinha Oque designaremos por **momento de acaso**. Um momento de acaso representa a ocorrência de um factor não controlável pelo agente de decisão.

De um nó correspondente a um momento de acaso divergirão tantos ramos quantos os possíveis cenários correspondentes ao factor não controlado. No nosso problema, de cada um dos dois momentos de acaso que acabamos de representar, divergem três ramos correspondentes a (**ΔC = 0** ; **ΔC = 10'** e **ΔC = 20'**).

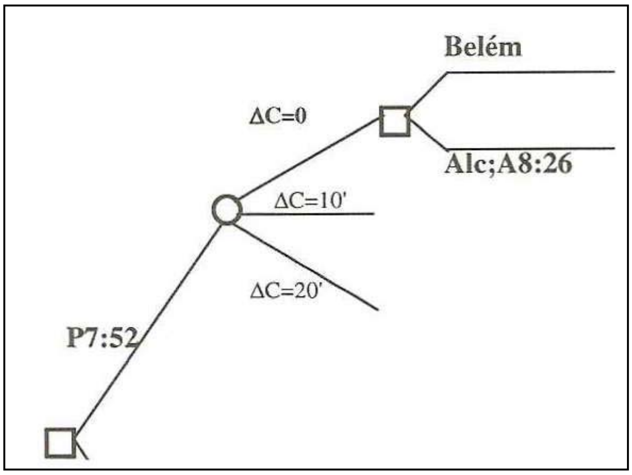
Ponhamo-nos na pele do Luís e admitamos que ele optou pela decisão **P7:52**, isto é, que ele seguiu no "páras" das 7:52 e que os Deuses foram benévolos, permitindo que o percurso até Belém se fizesse exactamente no tempo previsto - 17 minutos (ou seja, ΔC=0). [Sigamos a representação esquemática que representamos anteriormente.] O comboio aproxima-se de Belém. O Luís olha para o relógio e pensa "Hum ... 8:09 ! Hoje tudo correu bem ! E agora, saio aqui, ou sigo até Alcântara ? ..." Actualizemos a nossa representação esquemática deste problema, introduzindo um novo momento de decisão correspondente à situação que o Luís vive:



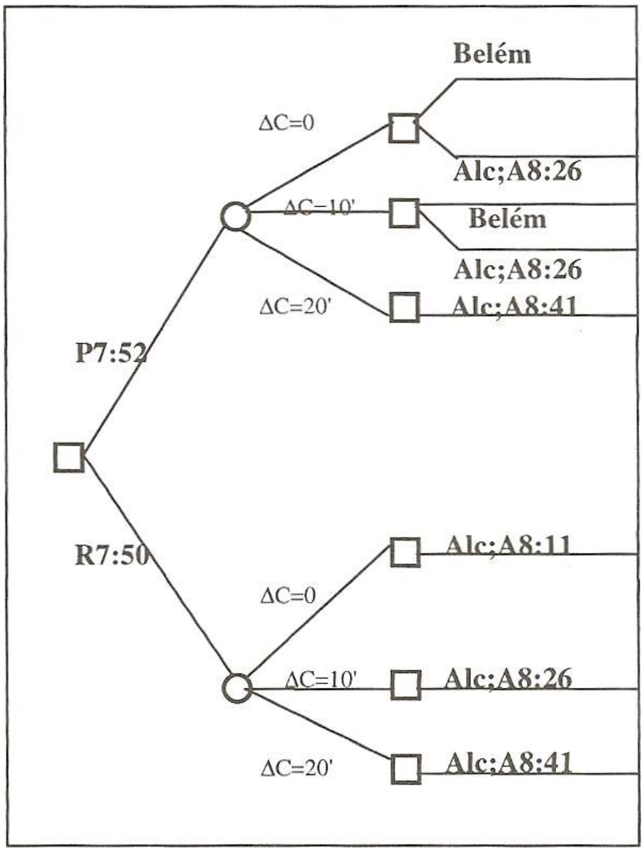
Como se pode observar, o Luís pode optar por sair em Belém e dirigir-se à Estação fluvial - 3 minutos a pé - onde chegará às 8:12 para apanhar o barco das 8:30 [Ainda tem tempo para se maravilhar com o Tejo ... ou comer um pastel de Belém ...] ou, pode optar por seguir para Alcântara (admitamos que, entre Belém e Alcântara o comboio não sofre qualquer percalço), onde chega às 8:11. Dirigir-se-á, então, à paragem dos autocarros, onde chegará às 8:16, pelo que só poderá seguir no autocarro das 8:26. Daí os dois ramos que divergem deste último momento de decisão a que correspondem as decisões "**Belém**" e "**Alc;A8:26**".

É fácil fazer idêntico raciocínio para os dois outros ramos que divergem do momento de acaso "posterior" à decisão **P7:52**: Se ΔC = 10', o Luís chegará a Belém às 8:19, pelo que poderá optar por sair em Belém e apanhar o barco das 8:30 (já que poderá chegar à Estação Fluvial às 8:22), ou, pelo contrário, poderá optar por prosseguir para Alcântara, onde chegará às 8:21, seguindo para a paragem do autocarro, onde chega às 8:26, mesmo a tempo de apanhar o autocarro das 8:26 ! [Uff ! ...] Se ΔC = 20', o Luís chegará a Belém às

8:29, pelo que já não poderá optar por apanhar o barco das 8:30 (pois só chegaria à Estação Fluvial às 8:32), pelo que só lhe restaria prosseguir para Alcântara, onde chegará às 8:31, seguindo para a paragem do autocarro, onde chega às 8:36, pelo que seguiria no autocarro das 8:41. Actualizemos a nossa representação esquemática do nosso problema:

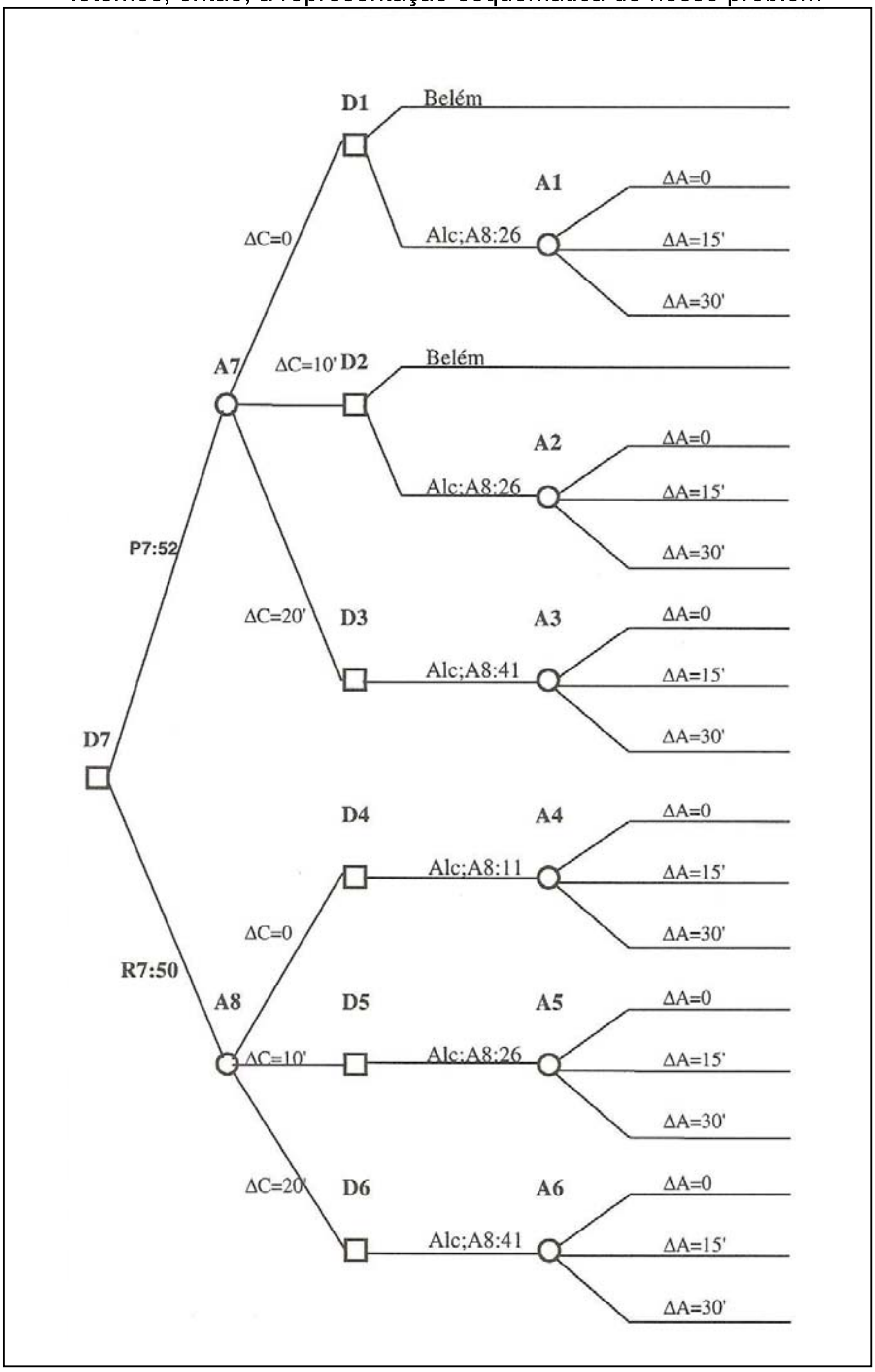


E se, de início, o Luís tivesse optado por **R7:50**, isto é, se ele seguisse no "rápido" das 7:50 ? Bom, se tudo corrêse bem, ΔC = 0, pelo que o Luís chegaria às 8:05 a Alcântara e às 8:10 à paragem do autocarro, a tempo de seguir no autocarro das 8:11. Se ocorresse um ligeiro atraso ΔC = 10', o Luís chegaria à paragem do autocarro às 8:20, podendo seguir no autocarro das 8:26. Se ocorresse um atraso maior, ΔC = 20', o Luís já só chegaria às 8:30 à paragem, pelo que seguiria no autocarro das 8:41. Actualizemos a nossa representação esquemática deste problema:

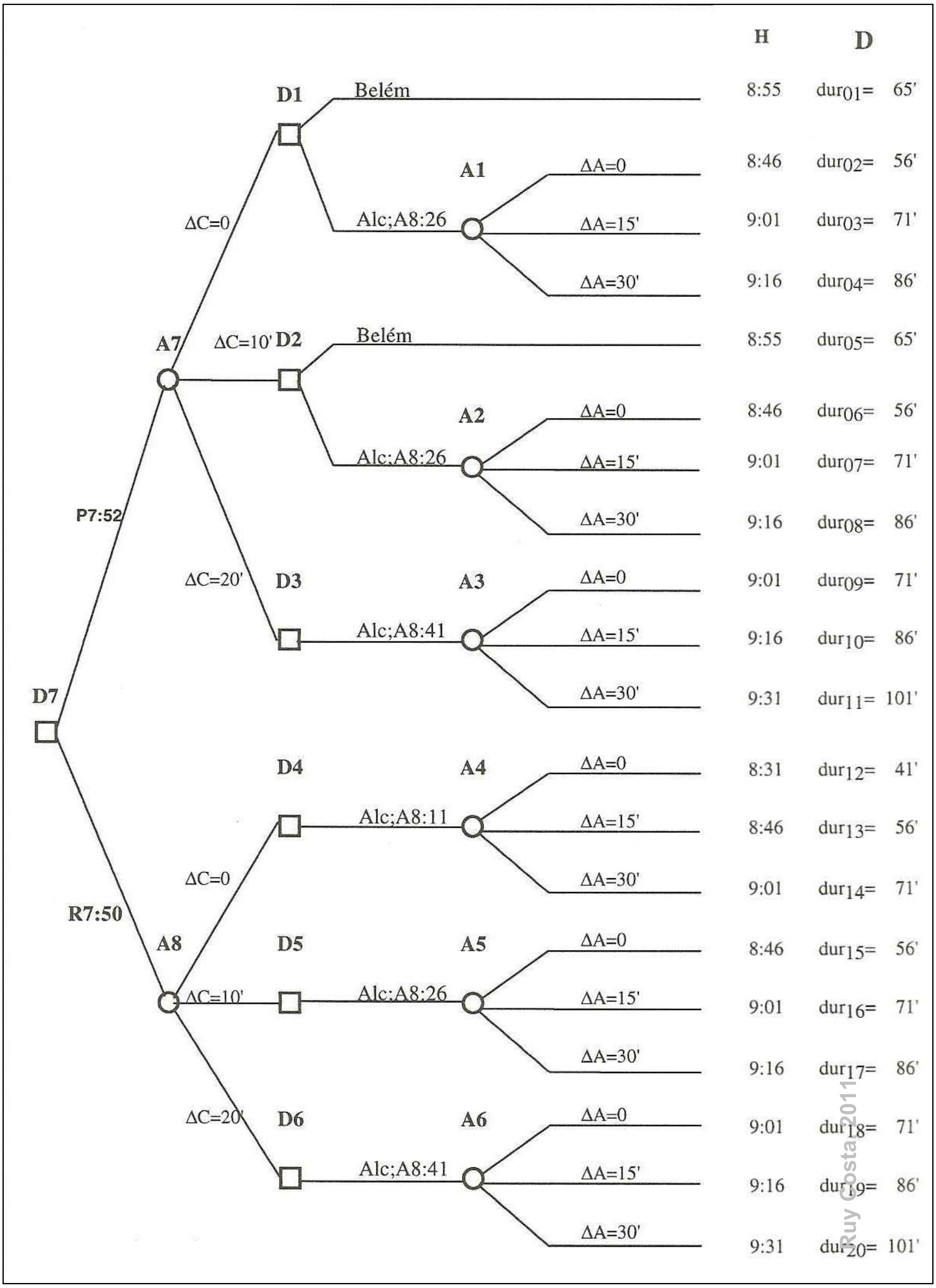


De acordo com o enunciado, sempre que o Luís optar pela decisão "**Belém**", isto é apanhar o Barco das 8:30 em Belém, ele chegará à F.C.T.-U.N.L. às 8:55 ! [Mais uma simplificaçãozita ...]. No entanto, quando optar por Alcântara, terá que contar com 20 minutos a partir do início da viagem de autocarro até chegar à F.C.T.-U.N.L. ... e isto se os Deuses forem simpáticos (isto é, se não houver qualquer atraso na viagem de autocarro, $\Delta A = 0$). Numa representação esquemática do nosso problema, deveremos representar, após cada decisão que envolva a viagem de autocarro a partir de Alcântara, um momento de acaso (que representará um novo factor incontrolável - os eventuais atrasos da viagem de autocarro). De cada um desses momentos de acaso, deverão divergir três ramos, já que o enunciado refere que ou não há qualquer atraso na viagem de autocarro ($\Delta A = 0$), ou esse atraso poderá ser de 15, ou de 30 minutos ($\Delta A = 15$ ou $\Delta A = 30$). [Nova simplificaçãozita do enunciado!]

Completemos, então, a representação esquemática do nosso problema:



Na representação anterior - a **árvore de decisão** correspondente ao problema que estamos a analisar, identificámos os momentos de acaso e os momentos de decisão para mais fácil referência futura. Acrescentemos, agora, aos **ramos terminais** a hora de chegada à F.C.T.-U.N.L. correspondente a cada **trajectória de alternativas** (isto é, cada sequência de decisões tomadas pelo agente de decisão e intervenções do acaso) e o respectivo valor de duração da viagem (tomando as 7:50 como início, independentemente da decisão inicial):



Ver Notas na pag. Seguinte !

Notas Relativas à Árvore de Decisão da pg. anterior:

Decisões	Factores Não Controláveis
R7:50 : Comboio rápido das 7:50	ΔC : Atraso na viagem de Comboio
P7:52 : Comboio "páras" das 7:52	ΔA : Atraso na viagem de Autocarro
Belém : Barco às 8:30	
Alc;A8:41 : Alcântara $\rightarrow$Autocarro às 8:41	

Com o momento de acaso **A1** representamos o facto de não controlarmos a duração da viagem de autocarro. Com 20 % de probabilidade não ocorrerão atrasos nessa viagem (ΔA = 0) e, consequentemente, o Luís poderá chegar à F.C.T. às 8:46, pelo que a correspondente duração da viagem, dur_{02} é igual a 56'; com 50 % de probabilidade tem-se ΔA = 15', obtendo-se dur_{03} = 71' e, finalmente, com 30 % de probabilidade tem-se ΔA = 30', obtendo-se dur_{04} = 86' . Assim, ao momento de acaso **A1** poderemos associar a **duração esperada** de 0,20 . 56' + 0,50 . 71 + 0,30 . 86' = 72,5' (E $[Dur]_{\mathbf{A1}}$).

Analogamente, **para cada momento de acaso A2, ..., A6 poderemos calcular já o correspondente valor esperado de duração**:

E $[Dur]_{\mathbf{A2}}$ = 0,20 . 56' + 0,50 . 71' + 0,30 . 86' = 72,5'

E $[Dur]_{\mathbf{A3}}$ = 0,20 . 71' + 0,50 . 86' + 0,30 . 101' = 87,5'

E $[Dur]_{\mathbf{A4}}$ = 0,20 . 41' + 0,50 . 56' + 0,30 . 71' = 57,5'

E $[Dur]_{\mathbf{A5}}$ = 0,20 . 56' + 0,50 . 71' + 0,30 . 86' = 72,5'

E $[Dur]_{\mathbf{A6}}$ = 0,20 . 71' + 0,50 . 86' + 0,30 . 101' = 87,5'

Imaginemo-nos, agora, colocados no momento de decisão **D1**: optámos pelo "páras" das 7:52, a viagem decorreu de acordo com o horário previsto e estamos a chegar a Belém às 8:09. Deveremos descer em Belém e seguir no barco das 8:30 para Porto Brandão, ou, pelo contrário, deveremos prosseguir para Alcântara e seguir posteriormente no autocarro das 8:26 ? Com as informações de que dispomos neste momento, podemos afirmar que se optarmos por "**Belém**", teremos uma **duração de 65'** (dur_{01}), enquanto que se optarmos por "**Alc;A8:26**" teremos uma **duração esperada de 72,5'** (E $[Dur]_{\mathbf{A1}}$). Assim, não há que ter qualquer dúvida: **no momento de decisão D1 dever-se-ia seleccionar a decisão "Belém" correspondente a uma duração de 65'**.

O raciocínio apresentado para o momento de decisão **D1** pode ser generalizado: **Num momento de decisão, deve seleccionar-se a decisão associada ao maior valor (esperado) de 'benefício', ou menor valor(esperado) de 'prejuízo'**.

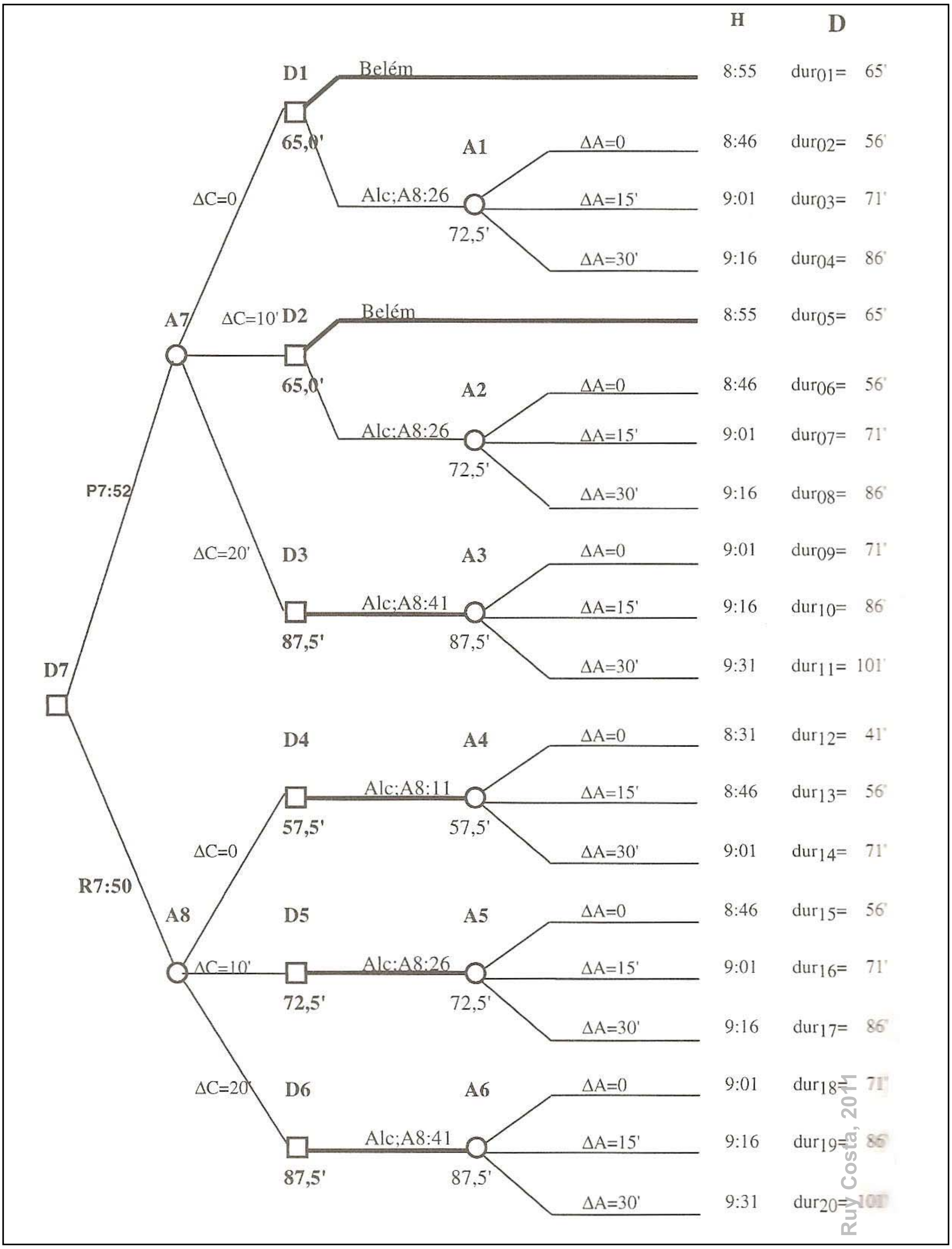
É interessante observarmos que o momento de decisão **D2** corresponde exactamente à situação associada a **D1** - quer isto dizer que, se se optar pelo "páras" das 7:52, quer a duração da viagem seja a prevista, quer sofra um atraso de 10 minutos, dever-se-á sempre descer em Belém e seguir no barco das 8:30 !!!

Relativamente a **D3** ("páras"+ΔC=20') não temos qualquer opção - só nos resta a decisão "**Alc;A8:41**", correspondente a uma duração de 87,5' (E$[Dur]_{\mathbf{A3}}$).

Relativamente a **D4** ("rápido"+ΔC=0) não temos qualquer opção - só nos resta a decisão "**Alc;A8:11**", correspondente a uma duração de 57,5' (E$[Dur]_{\mathbf{A4}}$). De notar que, *teoricamente*, poderíamos chegar a Alcântara às 8:05 (8:10 à paragem) e não seguir no autocarro das 8:11, optando por um autocarro posterior... No entanto, tal seria absurdo face ao enunciado que refere expressamente que o Luís pretende minimizar a duração da viagem ! [É claro que se aquela garota jeitosa, que o Luís encontrou uma vez na paragem e que lhe fez subir o ritmo cardíaco, estivesse novamente na paragem com o seu ar provocante ... o enunciado poderia ser provisoriamente esquecido ...]

Relativamente a **D5** ("rápido"+∆C=10') também não temos qualquer opção - só nos resta a decisão "**Alc;A8:26**", correspondente a uma duração de 72,5' (E[Dur]$_{\mathbf{A5}}$) e, finalmente, relativamente a **D6** ("rápido"+∆C=20') restar-nos-ia apenas a decisão "**Alc;A8:41**", correspondente a uma duração de 87,5' (E[Dur]$_{\mathbf{A6}}$).

Destaquemos as decisões recomendadas na árvore de decisão:



Ver Notas Relativas à árvore de Decisão anterior.

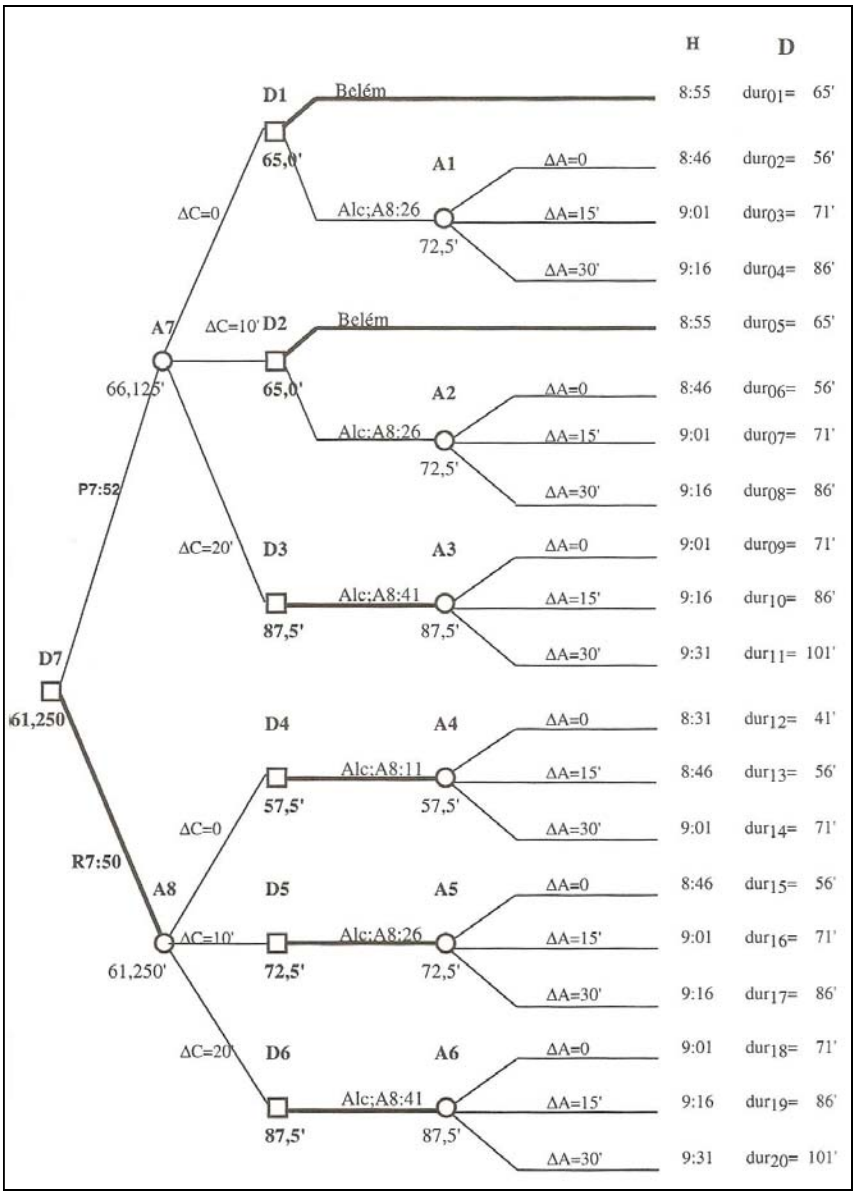
Poderemos, agora, considerar os momentos de acaso **A7** e **A8**, que traduzem os factores imponderáveis associados à duração da viagem de comboio ($\Delta C = 0$ com 80 % de probabilidade; $\Delta C = 10'$ com 15 % de probabilidade e $\Delta C = 20'$ com 5 % de probabilidade):

$E\ [Dur]_{\mathbf{A7}} = 0{,}80 \ .\ 65{,}0' + 0{,}15 \ .\ 65{,}0' + 0{,}05 \ .\ 87{,}5' = 66{,}125'$

$E\ [Dur]_{\mathbf{A8}} = 0{,}80 \ .\ 57{,}5' + 0{,}15 \ .\ 72{,}5' + 0{,}05 \ .\ 87{,}5' = 61{,}250'$

E agora, para respondermos finalmente à questão posta no enunciado ("páras" ou "rápido" ? ... eis a questão !), coloquemo-nos no momento de decisão **D7**: se optarmos por "**P7:52**" (isto é, pelo "páras" das 7:52), a viagem terá uma **duração esperada de 66,125'** ($E\ [Dur]_{\mathbf{A7}}$); se, pelo contrário, optarmos por "**R7:50**" (isto é, pelo "rápido" das 7:50), a viagem terá uma **duração esperada de 61,250'** ($E\ [Dur]_{\mathbf{A8}}$).

Podemos, assim, indicar a decisão inicial recomendável: **O Luís deve seguir no comboio "rápido" das 7:50, rumo a Alcântara**, como se esquematiza na árvore de decisão correspondente a este problema:

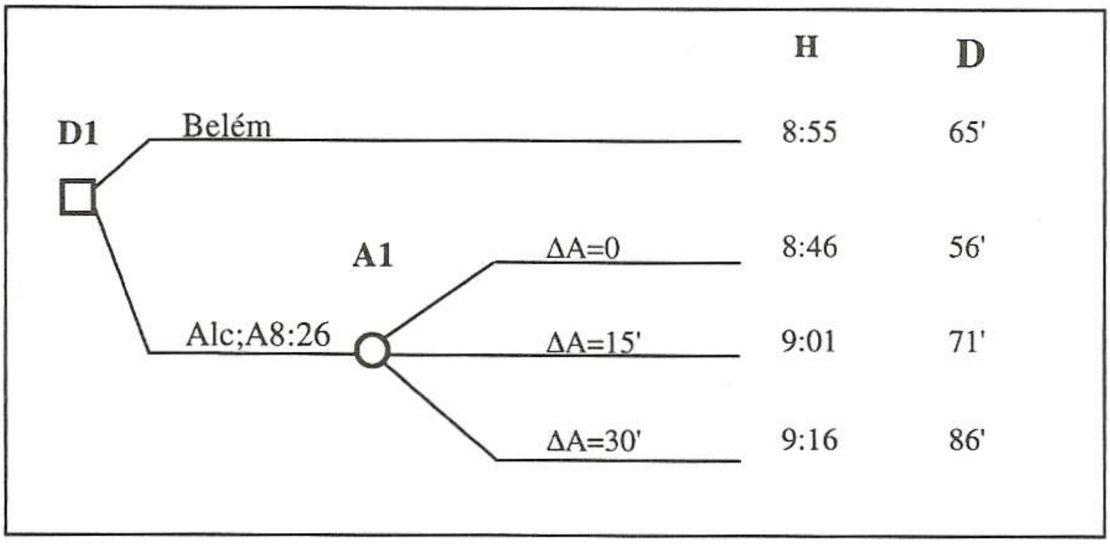


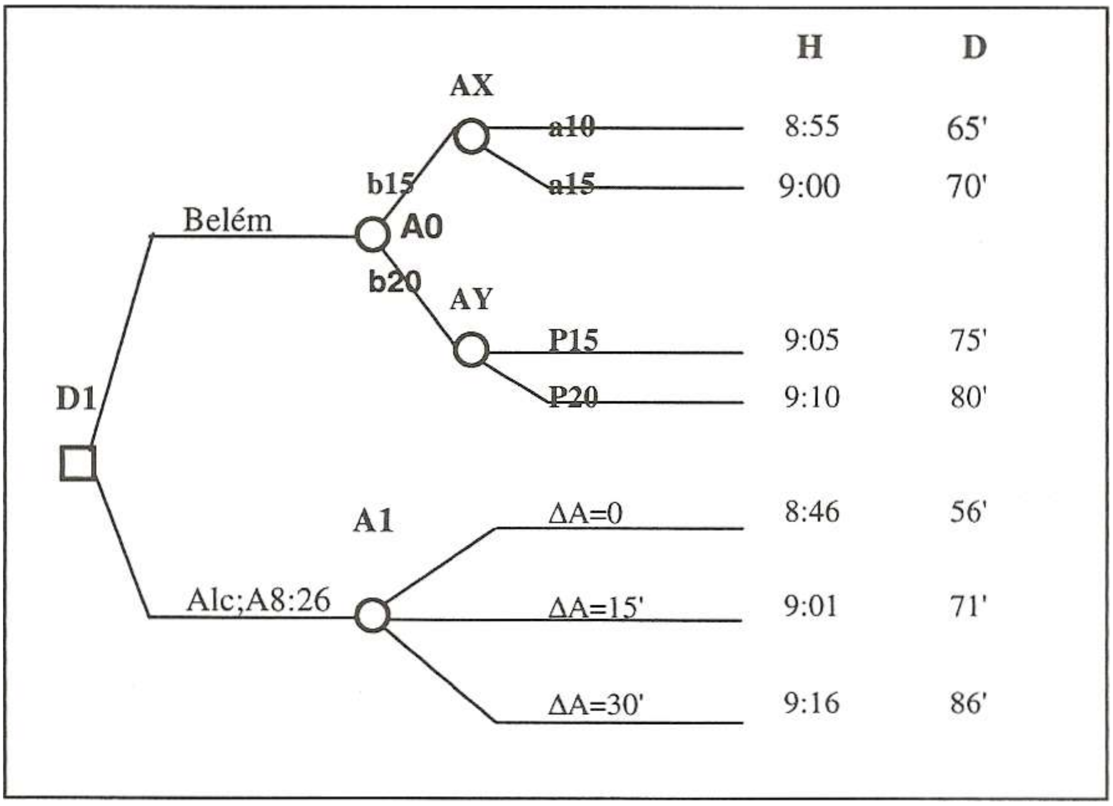
Antes de retomarmos o problema que se acaba de apresentar, gostaríamos de realçar alguns aspectos:

- A 'construção' de uma Árvore de Decisão depende de cada problema de Decisões Sequenciais, não havendo, portanto, 'receitas' a indicar. No entanto, há algumas 'regras' básicas que poderemos referir:

Normalmente, numa dada trajectória de alternativas, **não representamos dois momentos de decisão consecutivos**, sem que entre eles ocorra, pelo menos, um momento de acaso. Com efeito, duas decisões consecutivas podem ser sempre representadas como se de uma única decisão se tratasse (no problema que apresentámos a decisão "Alc;A8:26" corresponde, na prática a duas decisões consecutivas: descer em Alcântara e, em seguida, seguir viagem no autocarro das 8:26).

No entanto, muitas vezes fará todo o sentido representar-se **dois momentos de acaso consecutivos sem qualquer momento de decisão intermédio**. Imagine-se, por exemplo, que no problema que apresentámos, se admitia que a viagem de barco de Belém para Porto Brandão (que se inicia às 8:30) poderia durar 10 minutos com 90% de probabilidade e 15 minutos com 6 % de probabilidade e 20 minutos com 4 % de probabilidade e que, por outro lado, o percurso de autocarro de Porto Brandão para a F.C.T.-U.N.L. (que se inicia às 8:45) poderia durar 10 minutos com 95 % de probabilidade e 15 minutos com 5 % de probabilidade. Admita-se ainda que, se se chegar a Porto Brandão depois do autocarro ter partido, se irá a pé para a F.C.T.-U.N.L. [A subida para o Calvário !] demorando-se 15 minutos com 80 % de probabilidade e 20 minutos com 20 % de probabilidade. Nestas circunstâncias, a decisão "Belém" (uma das decisões possíveis no momento de decisão **D1**) que até agora correspondia a um simples ramo 'determinístico' com chegada à Faculdade às 8:55 passaria a ter o seguinte aspecto:





Notas: Duração da viagem de barco: não superior a 15' (**b15**) com 96% de probabilidade; igual a 20' (**b20**) com 4% de probabilidade ; Duração da viagem de autocarro: 10' (**a10**) com 95 % de probabilidade e 15' (**a15**) com 5 % de probabilidade; Duração do percurso a pé: 15' (**p15**) com 80% de probabilidade e 20' (**p20**) com 20% de probabilidade.

Aproveitemos para calcular o valor da duração esperada da viagem correspondente ao momento de acaso **A0**. Para tal, deveremos determinar primeiramente os valores correspondentes a **AX** e **AY**:

$E\,[\,Dur\,]_{\mathbf{AX}} = 0{,}95 \,.\, 65' + 0{,}05 \,.\, 70' = 65{,}25'$; $E\,[\,Dur\,]_{\mathbf{AY}} = 0{,}80 \,.\, 75' + 0{,}20 \,.\, 80' = 76{,}00'$

$E\,[\,Dur\,]_{\mathbf{A0}} = 0{,}96 \,.\, 65{,}25' + 0{,}04 \,.\, 76{,}00' = 65{,}68'$

- É importante salientar que na resolução de um problema de Decisões Sequenciais, começamos por representar a correspondente Árvore de Decisão, calculamos os valores da grandeza em estudo correspondentes aos 'ramos terminais' e, vamos recuando progressivamente até atingirmos o nó correspondente ao momento de decisão inicial.

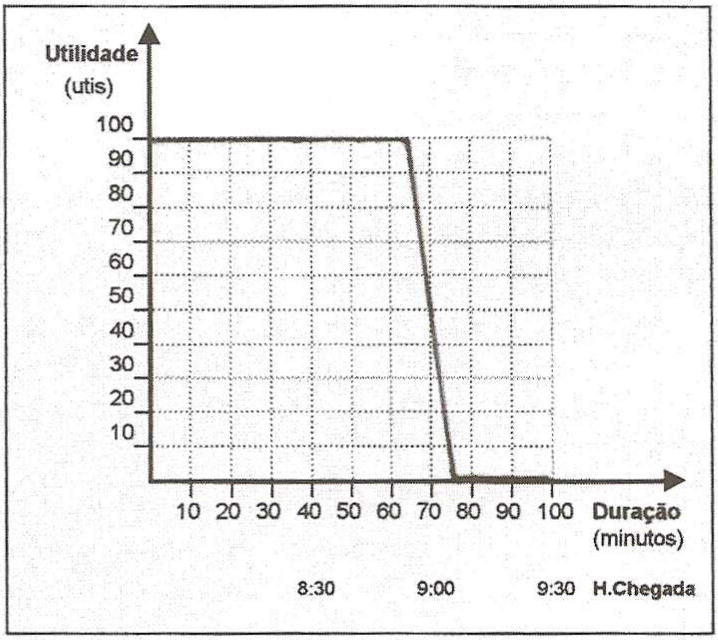
Neste processo, sempre que encontramos um nó correspondente a um **momento de acaso calculamos o valor esperado da grandeza em estudo**, a partir dos valores correspondentes aos ramos que divergem desse momento de acaso; quando encontramos um **momento de decisão, optamos pelo ramo que daí diverge correspondente à decisão com 'melhor' valor da grandeza em estudo**. De notar que o **'melhor'** valor da duração da viagem do problema que se apresentou corresponde ao **menor** valor. No entanto, se estivermos a resolver um problema em que a grandeza em estudo seja, por exemplo, o lucro ou a satisfação/utilidade, o **'melhor'** valor é o **maior** valor do lucro ou da satisfação/utilidade !

Quando atingimos o nó inicial estamos em condição de recomendar a decisão inicial a ser tomada. Nunca é demais frisar que **só poderemos recomendar a devisão a tomar inicialmente ! Decisões posteriores dependerão sempre dos valores que os factores incontroláveis vierem efectivamente a assumir !** Assim, relativamente ao problema que apresentámos apenas poderemos recomendar que inicialmente o Luís opte por seguir no "rápido" que sái de Oeiras às 7:50 !

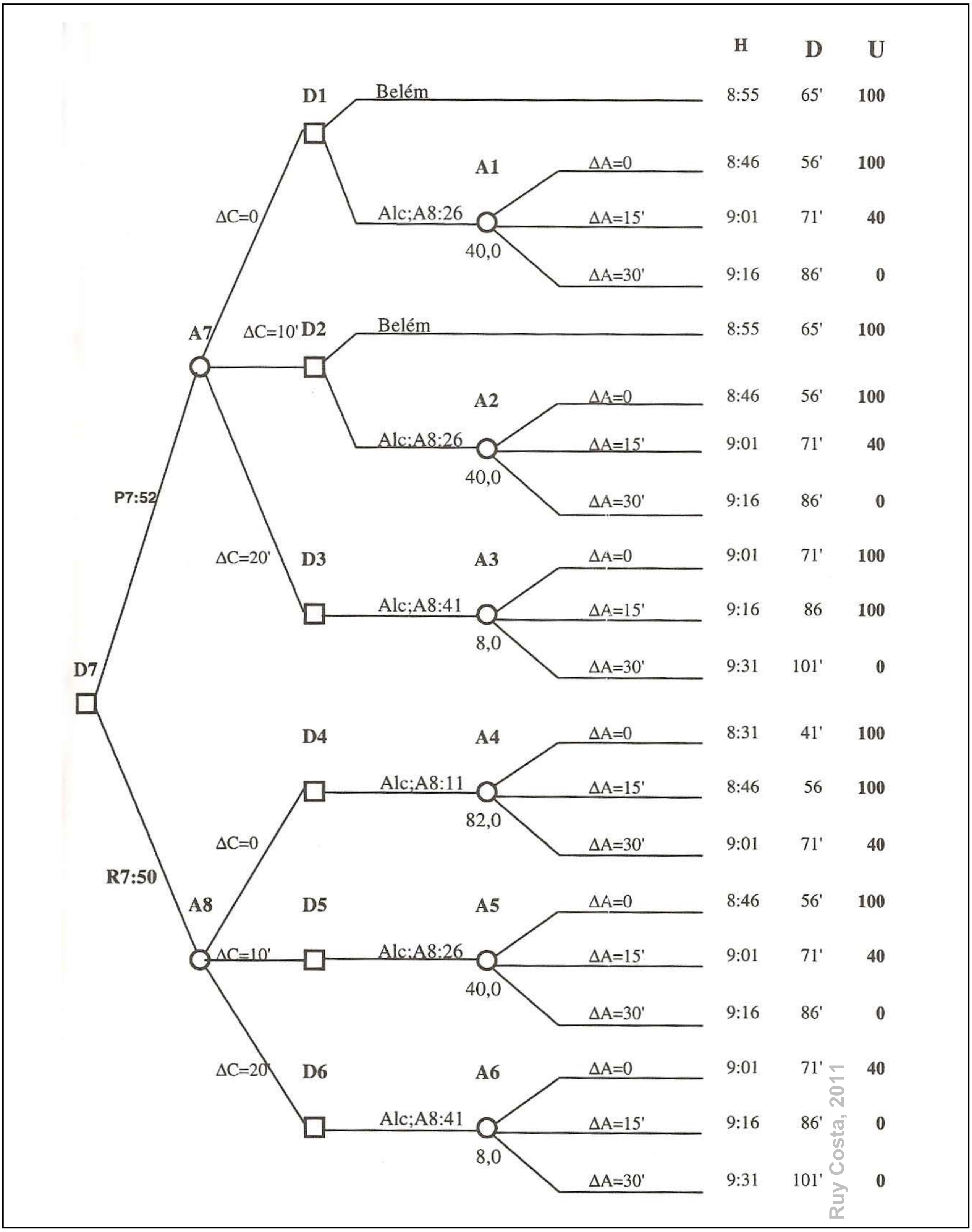
* * * * * * * * * * * * * * * *

Retomemos o problema que nos serviu para introduzir as Decisões Sequenciais. Admitamos agora que o Luís vai ter uma aula de Investigação Operacional às 9 horas com um professor muito peculiar que é tremendamente pontual e pouco tolerante com a falta de pontualidade alheia ... O Luís, que já teve alguns 'atritos' com o 'Prof' não está para arranjar mais confusões, deseja chegar à Faculdade antes das 9 horas ! "Se for possível chegar uns cinco minutitos antes, tanto melhor ! Sempre posso tomar um cafézinho ...", disse-nos o Luís, que acrescentou, "Chegar depois das 9:05 é que é um 'drama' !".

Depois de conversarmos com o Luís, foi possível esboçar a correspondente Curva de Utilidade (em função da duração da viagem), que se apresenta ao lado:



Comecemos por converter os valores 'terminais' das durações nos correspondentes valores de Utilidade (em utis), de acordo com a Curva de Utilidade apresentada:



Notas: **H** - Hora de Chegada à FCT;
D - Duração (em ') da Viagem (a partir das 7:50);
U - Utilidade (utis)

Determinemos os valores correspondentes aos momentos de acaso **A1**, ..., **A6** :

$E\,[U]_{\mathbf{A1}} = 0{,}20 \;.\; 100 + 0{,}50 \;.\; 40 + 0{,}30 \;.\; 0 \;=\; \mathbf{40{,}0}$

$E\,[U]_{\mathbf{A2}} = 0{,}20 \;.\; 100 + 0{,}50 \;.\; 40 + 0{,}30 \;.\; 0 \;=\; \mathbf{40{,}0}$

$E\,[U]_{\mathbf{A3}} = 0{,}20 \;.\; 40 + 0{,}50 \;.\; 0 + 0{,}30 \;.\; 0 = \mathbf{8{,}0}$

$E\,[U]_{\mathbf{A4}} = 0{,}20 \;.\; 100 + 0{,}50 \;.\; 100 + 0{,}30 \;.\; 40 \;=\; \mathbf{82{,}0}$

$E\,[U]_{\mathbf{A5}} = 0{,}20 \;.\; 100 + 0{,}50 \;.\; 40 + 0{,}30 \;.\; 0 \;=\; \mathbf{40{,}0}$

$E\,[U]_{\mathbf{A6}} = 0{,}20 \;.\; 40 + 0{,}50 \;.\; 0 + 0{,}30 \;.\; 0 = \mathbf{8{,}0}$

Determinemos, agora, as decisões a tomar nos momentos de decisão **D1**, ..., **D6**:

D1: máx (100,0 ; 40,0) = 100,0 $\Rightarrow$ **Belém**

D2: máx (100,0 ; 40,0) = 100,0 $\Rightarrow$ **Belém**

D3: 8,0 $\Rightarrow$ **Alc;A8:41**

D4: 82,0 $\Rightarrow$ **Alc;A8:11**

D5: 40,0 $\Rightarrow$ **Alc;A8:26**

D6: 8,0 $\Rightarrow$ **Alc;A8:41**

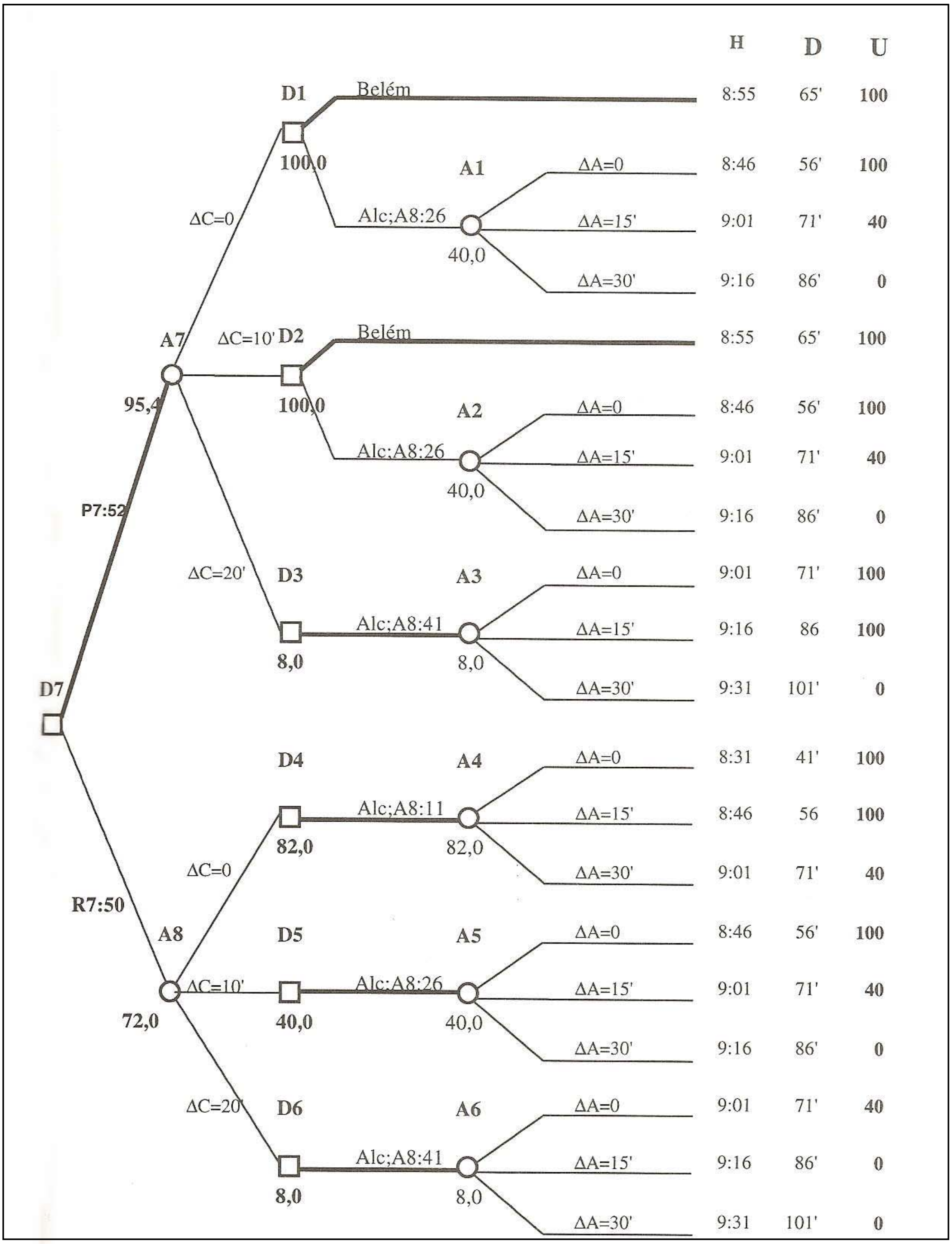
E, finalmente, poderemos determinar os valores correspondentes aos momentos de acaso **A7**e **A8**:

$E\,[U]_{\mathbf{A7}} = 0{,}80 \;.\; 100{,}0 + 0{,}15 \;.\; 100{,}0 + 0{,}05 \;.\; 8{,}0 \;=\; \mathbf{95{,}4}$

$E\,[U]_{\mathbf{A8}} = 0{,}80 \;.\; 82{,}0 + 0{,}15 \;.\; 40{,}0 + 0{,}05 \;.\; 8{,}0 \;=\; \mathbf{72{,}0}$

Poderemos, assim, concluir que a decisão inicial recomendável (correspondente ao momento de decisão **D7**) é a que corresponde ao máximo de (95,4 ; 72,0), ou seja, é "**P7:52**", isto é, **o Luís deverá seguir no comboio "páras" às 7:52, tendo em conta os condicionalismos *subjectivos* referidos** (*descritos* pela Curva de Utilidade apresentada).

Em seguida apresenta-se a Árvore de Decisão correspondente à situação que se acaba de analisar:



Notas: **H** - Hora de Chegada à FCT;
D - Duração (em ') da Viagem (a partir das 7:50);
U - Utilidade (utis)

Como já sabíamos, a tomada de decisão baseada numa determinada grandeza não tem que coincidir com a tomada de decisão baseada na Utilidade associada a essa grandeza. Daí que, no problema que apresentámos, se recomendasse que um Luís "neutro" (isto é, não particularmente preocupado) optasse pelo "rápido" das 7:50, enquanto que, se recomenda ao 'Luís que não quer confusões com o Prof' que siga viagem no "páras" das 7:52 !

C O N C L U S Ã O

Nos problemas abordados anteriormente a correspondente resolução passou sempre pela adopção de **um único critério de decisão** (por exemplo, maximizar o valor do Prémio; maximizar o valor da Utilidade associada ao prémio; minimizar a Duração da viagem; maximizar a Utilidade associada à Duração).

No entanto, todos nos confrontamos diariamente com problemas de decisão que não são assim tão 'lineares', uma vez que podem ser vistos segundo diferentes perspectivas, isto é, as 'soluções' podem ser valoradas por diferentes critérios. São os **problemas de decisão multicritério**, onde geralmente, uma decisão que é muito boa segundo um determinado critério, é relativamente fraca segundo outro critério, pelo que a escolha da decisão 'acertada' não é nada óbvia.

Quando vamos **jantar a um restaurante** somos confrontados com o menú que nos permite várias escolhas. Entre os muitos critérios para julgar essas escolhas podemos referir: **'incompatibilidade' com o almoço** (não é muito lógico escolher algo que se havia comido ao almoço....), **'incompatibilidade estrutural'** (há pessoas que odeiam lulas, pelo que se espera que a sua escolha não passe por esses simpáticos bichinhos...) e **preço** (" Hum... O 'Fondue' 'caía que nem ginginhas'... mas a minha carteira está um bocadito 'leve' ... Em termos de preço, só as alheiras me compreendem... ").

Quando vamos ver as novidades numa Discoteca e pretendemos **comprar um disco**, facilmente poderemos ficar 'baralhados': **género musical**, **qualidade da interpretação**, **qualidade da gravação** e **preço** são alguns dos critérios aos quais seremos sensíveis.

Quando pretendemos **escolher um local para passar férias** e pegamos num prospecto de uma Agência de Viagens somos obrigados a analisar as propostas que nos fazem no que diz respeito a **tipo de férias** (praia, campo, cidade, estrangeiro, no país, ...), **duração das férias**, **acessibilidade/duração da viagem**, **preço** e **qualidade do alojamento** entre outros critérios.

A resolução deste tipo de problemas ultrapassa o âmbito destes apontamentos. No entanto, podemos sugerir ao leitor mais interessado que se inscreva em “Modelos de Apoio à Decisão”, onde a Decisão Multicritério será amplamente estudada.